Partie Numérique : 12 pts

Exercice 1 (4)

1) Développons A :

$A = (x-2)^2 + (x-2)(3x+1)$

$A = x^2 - 4x + 4 + 3x^2 + x - 6x - 2$ (0,5) (0,5)

$\boxed{A = 4x^2 - 9x + 2}$ 0,5 — 1,5

2) Factorisons A :

$A = (x-2)^2 + (x-2)(3x+1)$

$A = (x-2)[(x-2) + (3x+1)]$ 1 pt

$A = (x-2)(x - 2 + 3x + 1)$

$\boxed{A = (x-2)(4x-1)}$ 0,5 — 1,5

3) Calculons A pour $x = -\frac{1}{2}$ (3 méthodes selon l'expression de A choisie...)

$A = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 9\left(-\frac{1}{2}\right) + 2$

$A = 4 \times \frac{1}{4} + \frac{9}{2} + 2$

$A = 1 + 4,5 + 2$

$\boxed{A = 7,5}$ — 1

Exercice 2 (3,5)

1) $B = \sqrt{108} + 7\sqrt{3} - 4\sqrt{75}$

$B = \sqrt{36 \times 3} + 7\sqrt{3} - 4\sqrt{25 \times 3}$

$B = 6\sqrt{3}$ (0,5) $+ 7\sqrt{3} - 4 \times 5\sqrt{3}$ (0,5)

$B = 13\sqrt{3} - 20\sqrt{3}$

$\boxed{B = -7\sqrt{3}}$ 0,5 — 1,5

2) $C = (3\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) - 2\sqrt{2}$

$C = 3 \times 2 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}$ (0,5)

$C = 6 - 1 = \boxed{5}$ 0,5 — 1

Exercice 3 (5,5)

1) $\longrightarrow 5 \longrightarrow 1 + 3 \times 5 = 1 + 15 = 16 \longrightarrow 16^2 = 256$

$\longrightarrow 256 - 4 = \boxed{252}$ 0,5

2) Zoé doit choisir l'expression $\boxed{C = (3x+1)^2 - 4}$ 0,5

3) a) Factorisons l'expression C :

$C = (3x+1)^2 - 4 = (3x+1)^2 - 2^2$

$C = [(3x+1) + 2][(3x+1) - 2]$ 1 pt

$\boxed{C = (3x+3)(3x-1)}$ 0,5 — 1,5

b) $(3x-1)(3x+3) = 0$

$3x - 1 = 0$ ou $3x + 3 = 0$ 0,5

$3x = 1$ ou $3x = -3$

$x = \frac{1}{3}$ ou $x = \frac{-3}{3}$

$x = \frac{1}{3}$ ou $x = -1$ · 0,5 pr chacune (x2)

Les solutions de l'équation sont $\frac{1}{3}$ et -1. 0,5 — 2

c) Soit x le nombre choisi par Zoé. (x est négatif)

Elle trouve 0 donc : (d'après le 2) $(3x+1)^2 - 4 = 0$

(d'après le 3) a)) $(3x-1)(3x+3) = 0$

(d'après le 3) b)) $\boxed{x = -1}$

(car x est négatif) — 1

Partie Géométrique (15 pts)

Exercice 4 (12)

1) a) construction de ABC ($7,5 > 6 > 4$) — 1

b) D'une part : $AB^2 = 7,5^2 = 56,25$

D'autre part : $AC^2 + CB^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$ 0,5

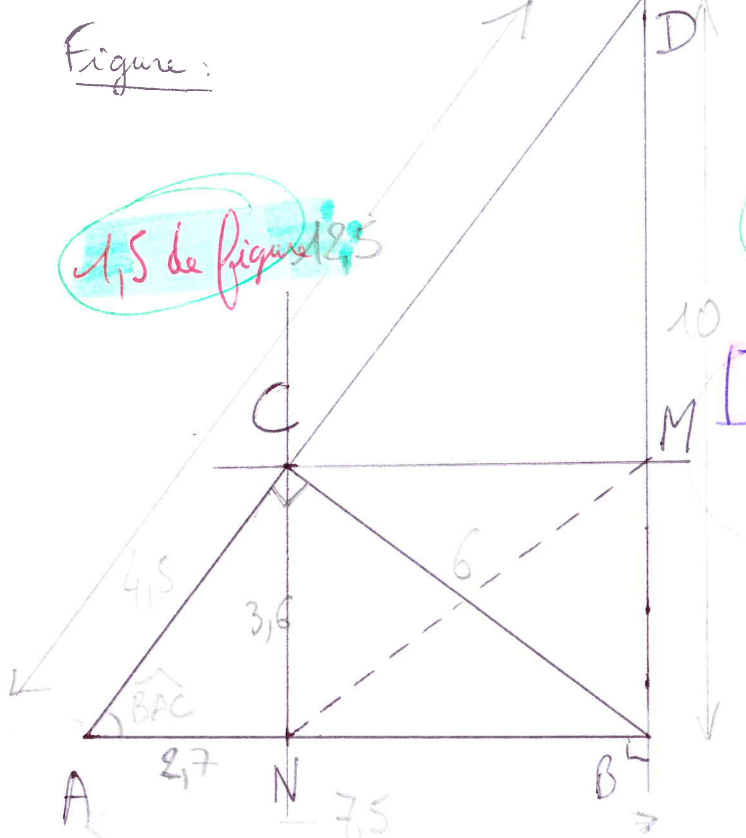
Comme $AB^2 = AC^2 + CB^2$, 0,5

d'après la réciproque du théorème de Pythagore, * 1

on déduit que le triangle ABC est rectangle en C.

Figure :

1,5 de figure



2) a) placement de D

b) Dans le triangle ABC rectangle en C : 0,5 $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{4,5}$

" " " ABD " en B : 0,5 $\tan \widehat{BAC} = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{7,5}$

On déduit : $\frac{6}{4,5} = \frac{BD}{7,5}$

donc $\boxed{BD = \frac{6 \times 7,5}{4,5} = 10 \text{ cm}}$ 0,5

1,5

donc pas ✱ on avec de la trigonométrie

c) Le triangle ABD est rectangle en B, 0,5

d'après le théorème de Pythagore : 0,5

$AD^2 = AB^2 + BD^2$ 0,5

$AD^2 = 7,5^2 + 10^2$

$AD^2 = 56,25 + 100$

donc $AD^2 = 156,25$

$AD = \sqrt{156,25}$

$\boxed{AD = 12,5 \text{ cm}}$ 0,5

2

3) a) placement de N

b) D'une part : $\frac{AC}{AD} = \frac{4,5}{12,5} = 0,36$ D'autre part : $\frac{AN}{AB} = \frac{2,7}{7,5} = 0,36$ 0,5

Les droites (CD) et (BN) sont sécantes en A

Comme les points A, C, D et A, N, B sont alignés dans le même ordre et $\frac{AC}{AD} = \frac{AN}{AB}$, 0,5 0,5

d'après la réciproque du théorème de Thalès, ✱2

on déduit que $\boxed{\text{les droites (BD) et (CN) sont parallèles.}}$

1,5

c) l'égalité au 3ème rapport donne : $\frac{NC}{BD} = \frac{2,7}{7,5} = \frac{4,5}{12,5}$ 0,5

soit $\frac{NC}{10} = \frac{2,7}{4,5}$ donc $\boxed{NC = \frac{2,7 \times 10}{4,5} = 3,6 \text{ cm}}$ 0,5

1

ou l'utilisation du théorème de Thalès dans la configuration du b)

4) a) placement de M

b) (BM) // (NC) et (BN) // (MC) donc : BMCN est un parallélogramme 0,5

Donc BM = NC = 3,6 cm

Par soustraction ($M \in [BD]$), on trouve : MD = BD − BM

$\boxed{MD = 10 - 3,6 = 6,4 \text{cm}}$ 0,5

1

5) a) NBMC est un parallélogramme (car (BM)//(NC) et (BN)//(MC), vu au 4) b))

possédant un angle droit, l'angle $\widehat{MBN}$, on peut donc conclure que $\boxed{\text{NBMC est un rectangle}}$

0,5

b) On sait qu'un rectangle possède des diagonales de même longueur donc dans NBMC,

$\boxed{MN = BC = 6 \text{ cm}}$

0,5

c) $\mathcal{A}_{NBMC} = BN \times NC$ ("longueur" × "largeur")

$= (7,5 - 2,7) \times 3,6$

$= 4,8 \times 3,6$

$\boxed{= 17,28 \text{ cm}^2}$

0,5

6) a) Agrandissement de rapport k

figure $\longrightarrow$ maquette

"les longueurs sont multipliées par k et les aires sont multipliées par k^2."

$\mathcal{A} = 17,28 \text{ cm}^2$ $\quad\quad$ $\mathcal{A}' = 1728 \text{ cm}^2$

0,5 Donc on a l'égalité suivante :

$$17,28 \times k^2 = 1728$$
$$k^2 = \frac{1728}{17,28}$$
$$k^2 = 100$$

donc $k = 10$

$\boxed{\text{Le rapport d'agrandissement est donc égal à } 10}$

0,5 b) $\boxed{m = 10 \times MN = 10 \times 6 = 60 \text{ cm}}$

3 Exercice 5 :

1) Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en G.
Comme (AB) et (CD) sont parallèles 0,5
(car ce sont les deux bases du trapèze ABCD)
0,5 d'après le théorème de Thalès $\star_3$
on déduit : $\dfrac{GA}{GC} = \dfrac{GB}{GD} = \dfrac{AB}{CD}$

donc : $\boxed{\dfrac{GA}{GC} = \dfrac{GB}{GD} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}}$

2) Le triangle ACD est rectangle en D, 0,5
d'après le théorème de Pythagore : $\star_4$

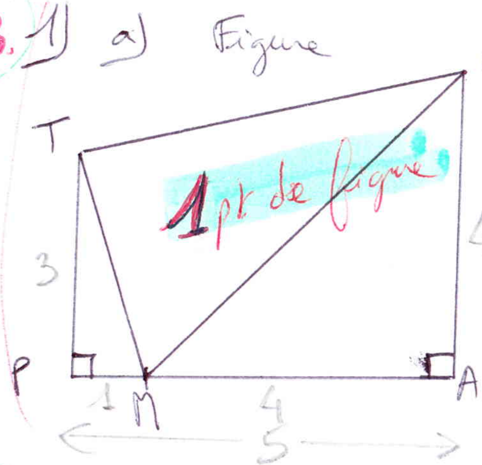
1,5
$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$
$$AC^2 = 3^2 + 6^2 \quad 0,5$$
$$AC^2 = 9 + 36$$
$$AC^2 = 45$$
$$AC = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5}$$
$$\boxed{AC = 3\sqrt{5} \text{ cm}} \quad 0,5$$

1 3) Dans le triangle ADC rectangle en D : $\tan \widehat{ACD} = \dfrac{AD}{DC}$ 0,5

$\tan \widehat{ACD} = \dfrac{1}{2}$ donc $\boxed{\widehat{ACD} \simeq 27°}$ 0,5

Problème 10 pts

3 1) a) Figure



1 b) $AM = AP - PM = 5 - 1 = 4 \text{ cm}$ 0,5
et $AR = 4 \text{ cm}$ donc $AM = AR$
et $\boxed{\text{le triangle AMR est isocèle en A}}$ 0,5

1 c) 0,5 $\mathcal{A}_{PTM} = \dfrac{3 \times 1}{2} = \boxed{1,5 \text{ cm}^2}$

0,5 $\mathcal{A}_{ARM} = \dfrac{4 \times \cancel{4}^2}{\cancel{2}} = \boxed{8 \text{ cm}^2}$

2,5 2) a) M appartient à [PA] donc $\boxed{0 \leq x \leq 5}$ 0,5

2 b) $\mathcal{A}_{PTM} = \dfrac{3 \times x}{2} = \boxed{1,5\,x}$ 1 et $\mathcal{A}_{ARM} = \dfrac{(5-x) \times \cancel{4}^2}{\cancel{2}} = \boxed{10 - 2x}$ 1

1 3) 0,5 a) $\boxed{\text{On lit } x = 2 \text{ cm}}$ lorsque l'aire d'ARM est égale à 6 cm^2.

0,5 b) $\boxed{\text{On lit } \mathcal{A}_{ARM} = 2 \text{ cm}^2}$ lorsque $x = 4$ cm.

3,5 4) 1 a) tracé de la droite représentant la fonction f.

0,5+0,5 b) (parallèles aux abscisses ...) $\boxed{\text{on lit } 2,9 \text{ cm environ !}}$

1,5 c) Par le calcul, cherchons x tel que :

$$\mathcal{A}_{PTM} = \mathcal{A}_{ARM}$$
$$1,5\,x = 10 - 2x \quad 1$$
$$1,5\,x + 2x = 10$$
$$3,5\,x = 10$$

donc $x = \dfrac{10}{3,5}$

$$\boxed{x = \frac{100}{35}} \quad 0,5$$